ТЕХНИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯЛАР

ӘОЖ 517.928
МРНТИ 27.29.23

DOI: https://doi.org/10.37788/2021-4/69-75

Ж.К. Даниярова
Инновациялық Еуразия университеті, Қазақстан
(e-mail: daniyarova1957@mail.ru)

Сыни жағдайлардағы теңдеулердің сингулярлық наразылықтары

Аңдатпа

Негізгі мәселе: химиялық кинетика, хроматография, жылу және масса алмасу, гидродинамика және басқа да көптеген салаларда, әр түрлі қолданбалы есептерде жиі кездесетін және диффузия, аз диффузияны ескере отырып сіңіру, кеуекті ортадағы сұйықтықтарды сүзу процестерінің математикалық модельдерін сипаттау кезінде қолданылатын туындылардағы кіші параметрлері бар дербес туынды дифференциалдық теңдеулер ерекше назар аударуға лайық. Шекара мәселесін шешудің белгілі тәсілін қолдана отырып, сингулярлық ауытқу теңдеулерінің шешімдерінің асимптотикалық классификациясын құруды қарастыру қажет. Сингулярлық есеп дегеніміз - үлкен туынды үшін кіші параметрі бар қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін Коши есебін шешудің асимптотикасын құру. Барлық жағдайларда шешімнің асимптотикасы соңғы уақыт аралығында құрылады немесе асимптотикалық үлкен уақыт аралығында әлсіз тығыздығы бар жүйе үшін шекті есепті құру болады.

Мақсаты: кіші параметрі бар екі сызықты емес қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін сингулярлық бастапқы есепті шешудің асимптотикасын құру және негіздеу.

Әдістері: қазіргі уақытта әртүрлі есептерді шешудің асимптотикалық ыдырауын құрудың бірқатар әдістері жасалды. Бұл А.Б. Васильева, М.И. Вишик, Л. А. Люстерник еңбектерінде дамыған шекаралық функциялардың әдісі; С. А. Ломовты жүйелеу әдісі, орташалау әдістері, А. М. Ильиннің асмптотикалық ыдырауын біріктіру және басқалар. Жоғарыда аталған барлық әдістер теңдеулердің өте кең кластары үшін шешімдердің асимптотикалық ыдырауын алуға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, дайын әдістер қолданылмайтын немесе тиімді нәтиже алуға мүмкіндік бермейтін осындай ерекше сингулярлық наразы есептер жиі туындайды. Сондықтан теңдеулерді шешу әдістерін жасау өте өзекті мәселе болып қала береді.

Нәтижелер және олардың маңыздылығы: жалпы жағдайда сингулярлық наразылығы бар есептің бастапқы шешімінің асимптотикалық классификациясын құру алгоритмі берілген. Қалдық мүшені бағалау тәсілдері көрсетілген.

Түйін сөздер: дифференциалдық теңдеу. сингулярлы наразылықтар, асимптотикалық ыдырау, сыни жағдай.

Кіріспе

Тихонов теоремасындағы негізгі талаптардың бірі $F(\bar{z},\bar{y},t)=0$ наразы теңдеудің $\bar{z}=\varphi(\bar{y},t)$ оқшауланған түбірі болуы шарт. Сингулярлы наразы теңдеулерге келетін көптеген қолданбалы есептерде, атап айтқанда, химиялық кинетика есептерінде бұл шарт бұзылады: наразы теңдеудің оқшауланған түбірі емес, бір немесе бірнеше параметрлерге байланысты шешімдердің бүкіл тобы бар. Мұндай жағдайды біз *сыни* деп атаймыз.

Материалдар мен әдістер

Белгілі бір жағдайларда, сыни жағдайда бастапқы есепті шешудің асимптотикасы $\mu \to 0$ болғанда бастапқы есеп шешімі өзгеше теңдеудің шешімдерінің біріне ауысады, алайда асимптотиканы құру алгоритмі өзгереді [1]. Біз бұл алгоритмді кіші бейсызықты теңдеулер жүйесінің мысалы ретінде қарастырамыз:

$$\mu \frac{dx}{dt} = A(t)x + \mu \cdot f(x,t,\mu),\ 0 \le t \le T, \tag{1}$$

$$x(0,\mu) = x^0. \tag{2}$$

мұндағы x және f - m-өлшеулі вектор-функциялар, $A(t)$- $(m \times m)-$ матрица, $\mu \succ 0$ - кіші параметр, $A(t)$ және $f(x,t,\mu)$ тегіс болу керек.

I. *Матрица* $A(t)$ *әр* $t \in (0,T)$ $k \prec m$ еселігінің $\lambda = 0$ жеке мәні болады:

а) $\lambda_i(t)=0,$ *i=1,2,...,k,*

қалған $A(t)$ *матрицаның жеке мәндері теңсіздікке қанағаттанады:*

б) $\mathrm{Re}\,\lambda_i(t)\prec 0,$ *i=k+1 i=1,2,...,k,,...,m.*

а) шартынан $\det A(t)=0$ және $\mu=0,$ болғанда (1) пайда болған $A(t)\bar{x}=0$ наразы теңдеуі $e_i(t),$ *i=1,...,k,* векторларына сәйкес келетін $A(t)$ матрицаның жеке векторларының сызықты комбинациясы (еркін коэффициенттермен) болатын шешімдер тобы бар екенін білеміз.

Нәтижелер

Асимптотиктерді салу кезінде басқа талаптар қойылады. (1), (2) есептердің асимптотикалық жіктеуін тұрақты және шекаралық қатарлардың қосындысы түрінде құрастырамыз:

$$x(t,\mu)=\bar{x}(t,\mu)+\Pi x(\tau,\mu)=\sum_{i=0}^{\infty}\mu^i\left(\bar{x}_i(t)+\Pi_i x(\tau)\right), \tag{3}$$

мұндағы $\tau=t/\mu.$

(3) қатарын *(1)* және *(2) орнына қойып және f -* $f=\bar{f}+\Pi f$ түрінде ұсынатын болсақ , төмендегі теңдеу пайда болады:

$$\mu\frac{d\bar{x}}{dt}+\frac{d\Pi\bar{x}}{d\tau}=A(t)\bar{x}+A(\tau\mu)\Pi x+\mu\bar{f}+\mu\Pi f, \tag{1'}$$

$$\bar{x}(0,\mu)+\Pi x(0,\mu)=x^0. \tag{2'}$$

А (τμ), $\bar{f}$ және Πf μ дәрежелері бойынша қатарларға ыдырату, содан кейін (1') және (2') теңдіктердің екі жағында μ бірдей теңдеулері үшін коэффициенттерді теңестіру, сонымен қатар (1') *t* бөлек байланысты және *τ* бөлек байланысты болатын (3) коэффициенттер қатарын табуға арналған теңдеулер аламыз.

3. $\overline{x_0}(t)$ үшін наразы теңдеу бар $A(t)\overline{x_0}=0$

II шартына қарай теңдеудің жалпы шешімін төмендегідей жазуға болады:

$$\bar{x}_0=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i(t)e_i(t), \tag{4}$$

мұндағы $e_i(t)$*–λ=0* сай келетін $A(t)$, матрицасының жеке векторлары, $\alpha_i(t)-$ кез-келген скаляр функциялары. Бағандары $e_i(t)$(*i=1, ..., k*) жеке векторлар және $\alpha_i(t)$ элементтері бар *k* - өлшеуіш вектор-функциясын *(* $m\times k$ *)* - $e(t)$ матрицасына енгіземіз. Сонда (4) формуласы қысқаша жазылады:

$$\bar{x}_0=e(t)\alpha(t). \tag{5}$$

4. $\Pi_0 x(\tau)$ үшін төмендегідей болады:

$$\frac{d\Pi_0 x(\tau)}{d\tau}=A(0)\Pi_0 x,\quad \tau\ge 0, \tag{6}$$

$$\Pi_0 x(0)=x^0-\bar{x}_0(0)=x^0-\sum_{i-1}^{k}\alpha_i(0)\cdot e_i(0). \tag{7}$$

(6) теңдеудің жалпы шешімі түрінде болады

$$\Pi_0 x=\sum_{i-1}^{k}c_i\cdot e_i(0)+\sum_{i-k+1}^{m}c_i\cdot\varpi_i(\tau)\exp(\lambda_i(0)\tau), \tag{8}$$

мұндағы $c_i -$ кез келген тұрақты, $\lambda = 0,\ \varpi_i(\tau) -$ вектор-функцияларына сай келетін τ қатысты элементтері ретінде көпмүшелер болатын $e_i(0) -$ *A(0)* матрицасының жеке векторлары. Әсіресе, егер $\lambda_i(0)\ (i = k+1,..., m) -$ қарапайым жеке мәндер болса, ϖ_i - τ байланысты болмайды, сондай-ақ $\lambda_i(0).$ жеке мәніне сай келетін *A(0)* матрицасының жеке векторы болып табылады [2].

Іб шартына қарай τ→∞ болғанда екінші қосынды (8) нөлге тең болады. Endeше, $\Pi_0 x(\tau)$ барлық функциясы τ→∞ нөлге тең болуын және барлық П-функцияларына қойылуын талап етеміз: $\Pi_i x(\infty) = 0.$

$\Pi_0 x(\tau)$ үшін бұл шарт орындалу үшін $c_i = 0,\ i = 1,..., k.$ қою керек. Осылайша,

$$\Pi_0 x = \sum_{i-k+1}^{m} c_i \cdot \varpi_i(\tau)\exp(\lambda_i(0)\tau). \tag{9}$$

Бұл өрнекті бастапқы (7) шартына қою арқылы, төмендегі теңдеуге жетеміз:

$$\sum_{i-1}^{k} \alpha_i(0)\cdot e_i(0) + \sum_{i-k+1}^{m} c_i \cdot \varpi_i(0) = x^0. \tag{10}$$

Бұл векторлық теңдеу *m* $\alpha_i(0)\ (i = 1,..., k)$ және $c_i\ (i = k+1,..., m)$ белгісіздері үшін *m* теңдеулердің сызықтық алгебралық жүйесін білдіреді. Себебі, векторлары $e_i(0)\ (i = 1,..., k)$ және $\varpi_i(0)\ (i = k+1,..., m)$ сызықты тәуелсіз. Сондықтан бұл жүйенің (10) бір ғана шешімі бар.

Осылайша, $\Pi_0 x(\tau)$ функциясы (9) формуласымен анықталған, Іб шартына қарай экспоненциальдық бағасы болады:

$$\|\Pi_0 x(\tau)\| \le c \cdot \exp(-\aleph\, \tau), \tag{11}$$

ал белгісіздер үшін (4) өрнектерге кіретін $\bar{x}_0,$ үшін $\alpha_i(\tau)$ функцияларының $\alpha_i(0)$ бастапқы мәндері табылған. Олар үшін $\alpha_i(0) = \alpha_i^{\ 0},\ \alpha(0) = \alpha^0$ белгілерін енгіземіз.

5. $\alpha_i(t)$ функциялары $\bar{x}_1(t).$ теңдеуін қарастыру барысында анықталады:

$$A(t)\bar{x}_1 = -f(\bar{x}_0(t), t, 0) + \frac{d\bar{x}_0}{dt} = -f(e(t)\alpha(t), t, 0) + \frac{d}{dt}(e(t)\alpha(t)). \tag{12}$$

$\det A(t) = 0,$ болғандықтан, бұл жүйенің оң бөлімі λ=0 жеке мәндеріне сай келетін барлық $g_j(t)\quad (j = 1,..., k)$ жеке векторларға ортогоналды. $A(t) -$ нақты матрица, $A^*(t)$ түйіндес матрица $A(t)$ аударылған матрицасымен сәйкес келеді. $g_j(t)$ векторлары матрицаның жолы болатын $(k \times m)\ g(t),$ матрицасын саламыз. Сонда ортогоналдық шарты төмендегідей жазылады:

$$g(t)\cdot\left(-f(e(t)\alpha(t), t, 0) + e(t)\frac{d\alpha}{dt} + \frac{de}{dt}\alpha(t)\right) = 0 \tag{13}$$

$g_j(t)$ жеке векторлары $g(t)e(t) = E_k -$ бірлік матрицасыболатындай таңдау керек. Сондықтан (13) теңдігінен төмендегідей теңдеуді аламыз:

$$\frac{d\alpha}{dt} = F(\alpha, t). \tag{14}$$

F функциясының нысаны (13) мен (14) салыстыруынан айқын. Осылайша, теңдеудің шешілу шарты (12) x_1үшін $\alpha(t).$ ізделетін функцияға арналған функцияның дифференциалдық теңдеуін береді. $\alpha(t)$ бастапқы шарты жоғарыда есептеліп табылған.

III. $\alpha(0) = \alpha^0$ бастапқы шарты бар (14) теңдеуі $0 \le t \le T$ болғанда шешімін табады дейік.

Осылайша, $\bar{x}_0(t)$ функциясы анықталған, ал (12) теңдеудің шешімі төмендегі түрде жазылады:

$$\bar{x}_1 = \tilde{x}_1(t) + \sum_{i=1}^{k} \beta_i(t) \cdot e_i(t) = \tilde{x}_1(t) + e(t)\beta(t),$$

мұндағы $\tilde{x}_1(t) -$ белгілі функция ((12) жеке шешімі). $\beta(t) -$ кез-келген k-өлшеуіш вектор-функциясы.

6. $\Pi_1 x(\tau)$ үшін төмендегідей есептеу шығады

$$\frac{d\Pi_1 x}{d\tau} = A(0)\Pi_1 x + \varphi_1(\tau), \quad \tau \geq 0, \tag{15}$$

$$\Pi_1 x(0) = -\bar{x}_1(0) = -\tilde{x}_1(0) - \sum_{i=1}^{k} \beta_i(0) e_i(0), \tag{16}$$

мұндағы, $\varphi_1(\tau) = A'(0) \cdot \tau \cdot \Pi_0 x(\tau) + \left(f\left(\bar{x}_0(0) + \Pi_0 x(\tau), 0, 0\right) - f\left(\bar{x}_0(0), 0, 0\right)\right)$. Демек, $\varphi_1(\tau)$ (11) түрдегі бағаға ие. (15) теңдеуінің жалпы шешімін төмендегідей жазуға болады:

$$\Pi_1 x = \tilde{\Pi}_1 x(\tau) + \sum_{i-0}^{k} d_i \cdot e_i(0) + \sum_{i-k+1}^{m} d_i \cdot \varpi_i(\tau) \exp(\lambda_i(0)\tau),$$

мұндағы $\tilde{\Pi}_1 x(\tau)$ - белгілі функция ((15) теңдеуінің жеке шешімі), оны (11) бағалауы болатындай таңдап алуға болады, $d_i -$ кез-келген тұрақты, $e_i(0)$ және $\varpi_i(\tau) -$ (8) кездесетін векторлар болып табылады.

$\Pi_1 x(\infty) = 0$

шартынан $d_i = 0,\ i = 1, ..., k.$ аламыз. $\Pi_1 x$ арналған өрнекті (16) бастапқы шартына ауыстырып, сызықты алгебралық теңдеу жүйесіне келеміз:

$$\sum_{i=1}^{k} \beta_i(0) e_i(0) + \sum_{i=k+1}^{m} d_i \varpi_i(0) = -\tilde{x}_1(0) - \tilde{\Pi}_1 x(0),$$

одан $\beta_i(0)\ (i = 1, ..., k)$ и $d_i\ (i = \kappa + 1, ..., m).$ анықталады. Осылайша, $\Pi_1 x(\tau)$ толық анықталып, (11) түрдегі бағаға ие болады, ал $\beta(t)$ белгісіз функциясы үшін бастапқы шарт табылған. Бұл функция $\bar{x}_2(t)$ теңдеуін қарастыру барысындағы келесі қадамда анықталады. Бұл теңдеудің шешілу шарты $\beta(t)$ сызықты дифференциалды теңдеу береді:

$$\frac{d\beta}{dt} = B(t)\beta + g_1(t), \tag{17}$$

мұндағы $B(t) = F_\alpha(\alpha(t), t)$ - белгісіз матрица. $g_1(t)$ - белгілі функция. Бұл теңдеуді алдын ала алынған бастапқы шартымен шешу барысында $\beta(t)$ табамыз және осылайша $\bar{x}_1(t)$ толық анықталады.

7. (3) қатардағы келесі мүшелердің құрылуы дәл солай жүзеге асады. i қадамында $\bar{x}_i(t)$ теңдеуді шешу кез-келген k-өлшеуіш $\gamma(t)$ вектор-функциясы бар. $\Pi_i x(\tau)$ құрылуы барысында бұл функцияның $\gamma(0)$ бастапқы шарты анықталады, ал $\bar{x}_{i+1}(t)$ теңдеуді шешу шарты (17) түрдегі дифференциалды теңдеуді береді:

$$\frac{d\gamma}{dt} = B(t)\lambda + g_i(t),$$

Бұл $\gamma(t)$ толық анықтауға мүмкіндік береді.

$\Pi_i x(\tau)$ шекара функциялары $\Pi_1 x(\tau)$ сияқты құрылады да (11) түрдегі бағаға ие болады. Демек, (3) қатары құрылды.

8. Негізгі нәтижені теорема ретінде құрастырылған (3) қатарға қатысты тұжырымдаймыз.

Теорема 7.1. *Егер I-III шарттары орындалса, жеткілікті кіші* μ *болғанда (1), (2) есебінің* $x(t, \mu)$ *жалғыз шешімі болады, ал (3) қатары* $0 \leq t \leq T,$ *кесіндісінде бұл шешімнің асимтотикалық қатары болып табылады, яғни төмендегі теңдеуді көреміз:*

$$\max_{[0,T]}\|x(t,\mu)-X_n(t,\mu)\|=O(\mu^{n-1}),$$

мұндағы $X_n(t,\mu)$ *- қатардың толық қосындысы (3).*

Талқылау

Сыни жағдайлардағы басқа есептер туралы

1. Біз туындының алдында тұрған μ көбейткішінің теңдеудің оң жағындағы f функциясындағыдай туындыдан бұрын орналасқан (1) теңдеуді қарастырдық. Функцияның көбейткіштің кіші реттігі f функциясына қарағанда жоғары болған жағдайда қызығушылық тудырады. Мысалы, төмендегі теңдеуді қарастырайық:

$$\mu^2\frac{dx}{dt}=A(t)+\mu f(x,t,\mu), \tag{18}$$

мұндағы $A(t)$ матрицасы алдыңғы тақырыпшадағы I және II шарттарға сәйкес келеді. (2) бастапқы шарты бар бұл теңдеу шешімінің асимптотикалық жіктелуі $\bar{x}_i(t)$ тұрақты мүшелері мен $\Pi_i x(\tau)$ $(\tau=t/\mu)$ шекара функцияларымен қатар P_i коэффициенттері $s=t/\mu^2$. μ болатын дәрежелері бойынша тағы бір шекаралық қабат бар. Алдыңғы тақырыпшадағыдай $\bar{x}_0(t)$ үшін (5) өрнегі құылады. Мұндағы $\alpha(t)$ - кез-келген k-өлшеуіш вектор функциясы. Бұл функция $\bar{x}_1(t)$ теңдеуінің шешілетін жағдайынан анықталады, бірақ шешу шарты дифференциалды емес, теңдеуді береді:

$$g(t)f(e(t)\alpha(t),t,0)=0.$$

III'. Бұл теңдеу $0\le t\le T$ болғанда $\alpha(t)$ қатысты оқшаланған шешімі бар болсын.

$\Pi_0 x(\tau)$ үшін дифференциалды емес, *A(0)* $\Pi_0 x(\tau)$ алгебралық теңдеу болады.

$$\Pi_0 x=e(0)h(\tau),$$

мұндағы $h(\tau)$ - кез-келген k-өлшеулі вектор-функциясы. $\Pi_1 x(\tau)$ біртекті емес алгебралық теңдеу жүйесінің шешу шарты $h(\tau)$ функциясына қатысты дифференциалды теңдеу болады.

$$\frac{dh}{d\tau}=g(0)\cdot\left(f(\bar{x}_0(0)+e(0)h(\tau),0,0)-f(\bar{x}_0,(0),0,0)\right). \tag{19}$$

$P_0 x(s)$ арналған төмендегі теңдеу бар $\dfrac{dP_0 x}{ds}=A(0)P_0 x$

$$P_0 x(0)=x^0-\bar{x}_0(0)-e(0)h(0)=x^0-\bar{x}_0(0)-\sum_{i=1}^{k}h_i(0)e_i(0).$$

Бастапқы шарты

$P_0 x$ арналған теңдеуінің (6) сияқты түрі бар, сондықтан:

$$P_0 x=\sum_{i=1}^{k}c_i e_i(0)+\sum_{i=k+1}^{m}c_i\omega_i(s)\exp(\lambda_i(0)s).$$

$P_0 x(\infty)=0$ шартынан $c_i\ (i=1,\dots,k)$ және $c_i\ (i=\kappa+1,\dots,m)$ екенін байқаймыз.

$P_0 x(s)$ үшін өрнекті бастапқы шартқа ауыстыру барысында

$$\sum_{i=1}^{k}h_i(0)e_i(0)+\sum_{i=k+1}^{m}c_i\omega_i(0)=x^0-\bar{x}_0(0),$$

теңдеуін аламыз.

Бұдан $h_i(0)\ (i=1,\dots,k)$ и $c_i\ (i=\kappa+1,\dots,m)$. анықталады.

Нөлдік жуықтауының құрылысын аяқтау үшін (19) теңдеуді шешіп, бастапқы күйімен $h(0)=h^0$ жазамыз.

(18), (2) есептердің шекаралық қабаттылық құрылымын қамтамасыз ететін маңызды шарттар, атап айтқанда (11) түрінің экспоненциалды бағасы $h(\tau)$ функциясының пропорциясы болып табылады, сондықтан $\Pi_0 x(\tau)$ келесі екі талап қойылады:

IV. $(k \times k)-$ *барлық жеке мәндері* - $g(t) f_x(\bar{x}_0(t), t, 0) e(t)$ *матрицалары* $0 \le t \le T$ *болғанда теріс нақты бөлімдеріне ие.* Осы талапқа сәйкес h = 0 теңдеудің асимптотикалық тұрақты орнықты нүктесі екенін атап айтуымыз жөн (19).

V. $h(0) = h^0$ *табылған бастапқы шарты(19) теңдеуінің h = 0 нүктесінің әсер ету аймағына жатады.*

2. (1), (2) есептерімен қатар жалпы сызықтық емес жүйенің бастапқы мәселесі зерттеледі:

$$\mu \frac{dx}{dt} = F(x, t, \mu)$$

сыни жағдайда, яғни $F(x, t, 0) = 0$ өрнегі $x = \varphi(\alpha(t), t)$ шешу тобы кез-келген *k*-өлшеуіш $\alpha(t)$ вектор-функциға байланысты болады. Онда кейбір шекаралық есептер қарастырылады, сонымен бірге химиялық кинетика мен жартылай өткізгіштер физикасы қолданылатын мәселелер, олар сыни жағдайларда сингулярлы наразы теңдеулерге әкеледі [3].

Қорытынды

Сингулярлы наразы есептер шешімдерінің асимптотикалық жіктелуі; жалпы жағдайда сингулярлынаразыланған бастапқы есеп шешімінің асимптотикалық жіктелуін құру алгоритмі көрсетілді.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1 Баймульдина М.А., Даниярова Ж.К. Сыни жағдайларда сингулярлы ауытқыған теңдеулер / "ZIAT" Ғылыми-әдістемелік орталығы: "Қазіргі заманғы өзекті мәселелер" атты қашықтықтан өткізілген Республикалық магистранттар мен жас ғалымдар конференциясының материалдар жинағы. – Нұр-Сұлтан, 2020. – 29-33 б.

2 Баймульдина М.А., Даниярова Ж.К. Сингулярлы наразы есептер шешімдерінің асимптотикалық жіктелуі / XXI ғасырдағы ғылым және білім: Еуразия кеңістігінде даму динамикасы: V Халықаралық ғылыми-практикалық конференция материалдары. - Павлодар: ИнЕУ, 2020. - 214-219 б.

3 Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. – М.: Высшая школа, 1990. – 208 с.

REFERENCES

1 Baymuldina, M.A. & Daniyarova, Zh.K. (2020). Syni zhagdaida singulyarly auytkygan tendeuler [Singular deviation equations in critical conditions]. Nauchno-metodicheskiy tsentr «ZIAT», Materialy respublikanskoy konferentsii magistrantov i molodykh uchenykh «Sovremennyye aktual'nyye problemy». Nur-Sultan, pp. 29-33 [in Kazak].

2 Baymuldina, M.A. & Daniyarova, Zh.K. (2020). Singularly narazy eceptor sheshimdernin asymptotics zhikteliu [Singular deviation equations in critical conditions]. Materialy V Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii Nauka i obrazovaniye v XXI veke: dinamika razvitiya v Yevrazii. Pavlodar, InEU, pp. 214-219 [in Kazak].

3 Vasilieva, A.B., & Butuzov, V.F. (1990). Asymptoticheskie methode v theoriy singularnyh vozmuscheniy [Asymptotic methods in the theory of singular perturbations]. Moscow: Vyschaya Shkola [in Russian].

Ж.К. Даниярова
Инновационный Евразийский университет, Казахстан
(e-mail: daniyarjva1957@mail.ru)

Сингулярные возмущения уравнений в критических ситуациях

Особое внимание заслуживают сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения в частных производных с малыми параметрами при старших производных, которые часто возникают в разнообразных прикладных задачах и используются при описании математических моделей процессов диффузии, абсорбции с учетом малой диффузии, фильтрации жидкостей в пористых средах, химической кинетики, хроматографии, тепло- и массопереноса, гидродинамики и многих других областях. Необходимо рассмотреть создание асимптотической классификации решений сингулярно возмущенных уравнений с помощью известного подхода к решению пограничной задачи. При этом под сингулярной задачей понимается задача о построении асимптотики решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром при большой производной. Асимптотика решения во всех случаях строится на последнем временном интервале или построение краевой задачи для системы со слабым сгустком в асимптотически большом промежутке времени.

Цель – построение и обоснование асимптотики решения сингулярной исходной задачи для системы двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром.

К настоящему времени создан ряд методов построения асимптотических разложений в решении различных задач. Это метод пограничных функций, развитый в работах А.Б, Васильевой, М.И. Вишика, Л.А. Люстерника, В.Ф. Бутузова; метод регуляризации С.А. Ломова, методы усреднения, ВКБ, методы сращивания асмптотических разложений А.М. Ильина и другие. Данные методы позволяют получить асиптотические разложения решений для широких классов уравнений. Вместе с тем, нередко возникают такие сингулярно возмущенные задачи, к которым готовые методы не применимы, т.к. не позволяют получить эффективный результат. Поэтому разработка методов решений уравнений остается весьма актуальной проблемой.

В результате исследования дан алгоритм построения асимптотической классификации исходного решения задачи с сингулярным возмущением, а также показаны подходы в оценке остаточного члена.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, сингулярные возмущения, асимптотические разложения, критические случаи.

Zh.K. Daniyarova
Innovative University of Eurasia, Kazakhstan
(e-mail: daniyarjva1957@mail.ru)

Ingularly perturbed equations in critical cases

Singularly perturbed partial differential equations with small parameters with higher derivatives deserve special attention, which often arise in a variety of applied problems and are used in describing mathematical models of diffusion processes, absorption taking into account small diffusion, filtration of liquids in porous media, chemical kinetics, chromatography, heat and mass transfer, hydrodynamics and many other fields. It is necessary to consider the creation of an asymptotic classification of solutions of singularly perturbed equations using a well-known approach to solving the boundary value problem. In this case, the singular problem is understood as the problem of constructing the asymptotics of the solution of the Cauchy problem for a system of ordinary differential equations with a small parameter with a large derivative. The asymptotics of the solution in all cases is based on the last time interval or the construction of a boundary value problem for a system with a weak clot in an asymptotically large time interval.

Purpose - to construct and substantiate the asymptotics of solving a singular initial problem for a system of two nonlinear ordinary differential equations with a small parameter;

To date, a number of methods have been developed for constructing asymptotic expansions of solutions to various problems. This is the method of boundary functions developed in the works of A.B. Vasilyeva, M.I. Vishik, L.A. Lusternik, V.F. Butuzov; the regularization method of S. A. Lomov, methods of averaging, VKB, splicing of asymptotic decompositions of A.M. Ilyin and others. All the above methods allow us to obtain asymptotic expansions of solutions for wide classes of equations. At the same time, such singularly perturbed problems often arise, to which ready-made methods are not applicable or do not allow to obtain an effective result. Therefore, the development of methods for solving equations remains a very urgent problem.

As a result of the study, an algorithm for constructing an asymptotic classification of the initial solution of the problem with a singular perturbation is given, and approaches to estimating the residual term are also shown.

Keywords: differential equation, singular perturbations, asymptotic expansions, critical cases.

Қолжазбаның редакцияға келіп түскен күні: 22.11.2021 ж.